

# The Class 9 4x4 Faithful Representations of $S_4$ over GF(2)

Peter M. Maurer  
Dept. of Computer Science  
Baylor University  
Waco, TX 76798-7356

There are 9 classes of faithful representations of  $S_4$  in 4x4 matrices over GF(2). For “historical” reasons we number these classes 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, and 10. The members of a particular class are all conjugate with one another, but not with any member of any other class. Each class has a distinct Boolean orbit structure.

These are the faithful representations in class 9. Each of these representations has orbits with the following structure. All classes are reducible. This one is also decomposable.

0000  
1110 1000 0111 0001  
1101 0100 0010  
1100 1010 0101 0011  
1111 1001 0110  
1011













0010 0010 0010 0010 0010 0010 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1101 1101 1101 1101 1101 1101  
0001 0001 1011 1011 1110 1110 0100 0100 1011 1011 1110 1110 0001 0001 0100 0100 1011 1011 0001 0001 0100 0100 1110 1110  
0111 0111 1101 1101 1000 1000 0010 0010 1101 1101 1000 1000 0111 0111 0010 0010 1101 1101 0111 0111 0010 0010 1000 1000  
1011 1110 0001 1110 0001 1011 1011 1110 0100 1110 0100 1011 0100 1011 0001 1011 0001 0100 0100 1110 0001 1110 0001 0100

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 1100 1100  
0100 0100 1010 1010 1110 1110 0100 0100 1010 1010 1110 1110 0100 0100 1010 1010 1110 1100 0100 0100 1010 1010 1110 1110  
1000 1100 0110 1100 0110 1000 1000 1100 0010 1000 0010 1100 0010 0110 1100 0010 1100 0010 0110 1100 0010 0110 1000 1000  
1011 1111 1011 0001 1111 0001 1011 1111 1111 0101 1011 0101 0001 0101 1011 0001 1011 0101 0001 0101 1111 0101 1111 0001

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0101 0101 0101 0101 0101 0101 1000 1000 1000 1000 1000 1111 1111 1111 1111 1111 1111  
0100  
0101 0101 1000 1000 1111 1111 0010 0010 1000 1000 1111 1111 0010 0010 0101 0101 1111 1111 0010 0010 0101 0101 1000 1000  
1011 1100 0001 1011 0001 1100 1011 1100 0110 1011 0110 1100 0001 1011 0110 1011 0001 0110 0001 1100 0110 1100 0001 0110

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0100 0100 0100 0100 0100 0100 1000 1000 1000 1000 1000 1110 1110 1110 1110 1110 1110  
0100 0100 1000 1000 1110 1110 0010 0010 1000 1000 1110 1110 0010 0010 0100 0100 1110 1110 0010 0010 0100 0100 1000 1000  
1000 1110 0100 1110 0100 1000 1000 1110 0010 1110 0010 1000 0100 1110 0010 1110 0010 0100 0100 1000 0010 1000 0010 0100  
0001 0001 1101 1101 1011 1011 0111 0111 1101 1101 1011 1011 0111 0111 0001 0001 1011 1011 0111 0111 0001 0001 1101 1101

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0100 0100 0100 0100 0100 0100 1000 1000 1000 1000 1000 1101 1101 1101 1101 1101 1101  
0100 0100 1000 1000 1101 1101 0001 0001 1000 1000 1101 1101 0001 0001 0100 0100 1101 1101 0001 0001 0100 0100 1000 1000  
0010 0010 1110 1110 1011 1011 0111 0111 1110 1110 1011 1011 0111 0111 0010 0010 1011 1011 0111 0111 0010 0010 1110 1110  
1000 1101 0100 1101 0100 1000 1000 1101 0001 1101 0001 1000 0100 1101 0001 1101 0001 0100 0100 1000 0001 1000 0001 0100

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0101 0101 0101 0101 0101 0101 1000 1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 1100 1100  
0100 0100 1001 1001 1101 1101 0100 0100 1001 1001 1101 1101 0100 0100 1001 1001 1101 1101 0100 0100 1001 1001 1101 1101  
1011 1111 0010 1011 0010 1111 1011 1111 0110 1111 0110 1011 0010 0110 0010 1011 0110 1011 0010 0110 0110 1111 0010 1111  
1000 1100 1100 0101 1000 0101 1000 1100 1000 0001 1100 0001 0001 0101 1100 0101 1100 0001 0001 0101 1000 0001 1000 0101

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1111 1111 1111 1111 1111 1111  
0100  
0010 0010 1011 1011 1100 1100 0101 0101 1011 1011 1100 1100 0101 0101 1011 1011 0010 0010 0101 0101 1011 1011 1100 1100  
1000 1111 0110 1000 0110 1111 1000 1111 0001 1000 0001 1111 0001 1111 0001 0110 1111 0001 0110 1000 0001 0110 1000 0001 0110

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1110 1110 1110 1110 1110 1110  
0010 0010 1011 1011 1101 1101 0100 0100 1011 1011 1101 1101 0010 0010 0100 0100 1011 1011 0010 0010 0100 0100 1101 1101  
1011 1101 0010 1101 0010 1011 1011 1101 0100 1101 0100 1011 0100 1011 0010 0100 1011 0010 0100 0100 1101 0010 1101 0010  
0111 0111 1110 1110 1000 1000 0001 0001 1110 1110 1000 1000 0111 0111 0001 0001 1110 1110 0111 0111 0001 0001 1000 1000

0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1101 1101 1101 1101 1101 1101 1101  
0001 0001 0100 0100 1001 1001 1100 1100 0001 0001 0100 0100 1001 1001 1100 1100 0001 0001 0100 0100 1001 1001 1100 1100  
0111 0111 0010 0010 1111 1111 1010 1010 0111 0111 0010 0010 1111 1111 1010 1010 0111 0111 0010 0010 1111 1111 1010 1010  
1001 1100 1001 1100 0001 0100 0001 0100 0100 1100 0001 1001 0100 1100 0001 1001 0100 1001 0001 1100 0001 1100 0100 1001

0100 0100 0100 0100 0100 0100 0100 0100 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100  
1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 0100 0100 0100 0100 1100 1100 1100 1100 0100 0100 0100 0100 1000 1000 1000 1000  
0010 0110 1010 1110 0010 0110 1010 1110 0010 0110 1010 1110 0010 0110 1010 1110 0010 0110 1010 1110 0010 0110 1010 1110  
1101 1001 0101 0001 1001 1101 0001 0101 0001 0101 1001 1101 1001 1101 0001 0101 0001 0101 1001 1101 1101 1001 0101 0001

0111 0111 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111  
0100  
0010 0010 0101 0101 1010 1010 1101 1101 0010 0010 0101 0101 1010 1010 1101 1101 0010 0010 0101 0101 1010 1010 1101 1101  
1001 1110 1001 1110 0001 0110 0001 0110 0001 1001 0110 1110 0001 1001 0110 1110 0001 1110 0110 1001 0110 1001 0001 1110

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1110 1110 1110 1110 1110 1110 1110  
0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100 0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100 0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100  
1010 1100 1010 1100 0010 0100 0010 0100 0100 1100 0010 1010 0100 1100 0010 1010 0100 1010 0010 1100 0010 1100 0100 1010  
0111 0111 0001 0001 1111 1111 1001 1001 0111 0111 0001 0001 1111 1111 1001 1001 0111 0111 0001 0001 1111 1111 1001 1001

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0011 0011 0011 0011 0011 0011 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
0100 0100 0110 0110 1111 1111 0100 0100 0110 0110 1111 1111 0100 0100 0110 0110 1111 1111 0100 0100 0110 0110 1111 1111  
0010 1011 0010 1001 1001 1011 0010 1011 0010 1001 1011 0010 1011 0010 1001 1011 0010 1011 0010 1011 0010 1001 1001 1011  
1000 1000 1010 1010 0011 0011 1010 1010 1000 1000 0001 0001 0011 0011 1010 1010 0011 0011 1010 1010 0011 0011 1000 1000

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0010 0010 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
1110 1110 1110 1110 1110 1110 1110 1110 0100 0100 0100 0100 0100 0100 0100 0100 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110  
1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 0010 0010 0010 0010 1010 1010 1010 1010 0010 0010 0010 0010 1000 1000 1000 1000  
0001 0011 1001 1011 0001 0011 1001 1011 0001 0011 1001 1011 0001 0011 1001 1011 0001 0011 1001 1011 0001 0011 1001 1011











0001 0001 0001 0001 0001 0001 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1111 1111 1111 1111 1111 1111  
0100 0100 1010 1010 1101 1101 0011 0011 1010 1010 1101 1101 0011 0011 0100 0100 1101 1101 0011 0011 0100 0100 1010 1010  
0010  
1000 1111 0110 1111 0110 1000 1000 1111 0001 1111 0001 1000 0110 1111 0001 1111 0001 0110 0110 1000 0001 1000 0001 0110

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1110 1110 1110 1110 1110 1110 1110  
0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100 0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100 0010 0010 0100 0100 1010 1010 1100 1100  
1010 1100 1010 1100 0010 0100 0010 0100 1010 1010 1100 0010 1010 1010 1100 0010 1010 0100 1010 0010 1000 0010 1100 0010  
1001 1111 1001 1111 0001 0111 0001 0111 0111 1111 0001 1001 0111 1111 0001 1001 0111 1001 0001 1111 0001 1111 0111 1001

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0010 0010 0010 0010 0010 0010 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1011 1011 1011 1011 1011 1011  
0100 0100 1101 1101 1110 1110 0111 0111 1101 1101 1110 1110 0100 0100 0111 0111 1101 1101 0100 0100 0111 0111 1110 1110  
0010 0010 1011 1011 1000 1000 0001 0001 1011 1011 1000 1000 0010 0010 0001 0001 1011 1011 0010 0010 0001 0001 1000 1000  
1000 1011 0010 1000 0010 1011 1000 1011 0001 1000 0001 1011 0001 1011 0010 1011 0001 0010 0001 1000 0010 1000 0001 0010

0001 0001 0001 0001 0001 0001 0011 0011 0011 0011 0011 0011 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
0100 0100 1101 1101 1111 1111 0110 0110 1101 1101 1111 1111 0100 0100 0110 0110 1101 1101 0100 0100 0110 0110 1111 1111  
1001 1011 0010 1001 0010 1011 1001 1011 0010 1011 0010 1001 0010 1001 0010 1011 1001 1011 0010 1011 0010 1001 1001 1011  
1010 1000 1000 0011 1010 0011 1000 1010 1000 0001 1010 0001 1010 0001 1010 0011 1010 0011 0001 0001 1000 0011 1000 0001 0011

0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1011 1011 1011 1011 1011 1011 1011  
0100 0100 0111 0111 1100 1100 1111 1111 0100 0100 0111 0111 1100 1100 1111 1111 0100 0100 0111 0111 1100 1100 1111 1111  
0010 0010 0001 0001 1010 1010 1001 1001 0010 0010 0001 0001 1010 1010 1001 1001 0010 0010 0001 0001 1010 1010 1001 1001  
1001 1010 1001 1010 0001 0010 0001 0010 0001 1001 0010 1010 0001 1001 0010 1010 0001 1010 0010 1001 0010 1001 0001 1010

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0010 0010 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
0100 0100 0110 0110 1100 1100 1110 1110 0100 0100 0110 0110 1100 1100 1110 1110 0100 0100 0110 0110 1100 1100 1110 1110  
1000 1010 1000 1010 1000 1010 1000 1010 0010 1010 0010 1010 0010 1010 0010 1010 0010 1010 0001 0010 1000 0010 1000 0010  
1011 1001 1001 1011 0011 0001 0001 0011 0001 1001 0011 1011 1001 0001 1011 0011 0001 1011 0011 1001 1001 0011 1011 0001

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1011 1011 1011 1011 1011 1011 1011  
0100 0100 0111 0111 1001 1001 1010 1010 0100 0100 0111 0111 1001 1001 1010 1010 0100 0100 0111 0111 1001 1001 1010 1010  
1100 1111 1100 1111 0001 0010 0001 0010 1111 0001 1100 0010 1111 0001 1100 0010 1111 0001 1100 0001 1111 0001 1111 1100  
0001 0001 0010 0010 1100 1100 1111 1111 0001 0001 0010 0010 1100 1100 1111 1111 0001 0001 0010 0010 1100 1100 1111 1111

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
0100  
1100 1100 1100 1100 1110 1110 1110 1110 0010 0010 0010 0010 1110 1110 1110 1110 0010 0010 0010 0010 1100 1100 1100  
0001 0011 1101 1111 0001 0011 1101 1111 0001 0011 1101 1111 0001 0011 1101 1111 0001 0011 1101 1111 0001 0011 1101 1111

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1101 1101 1101 1101 1101 1101 1101  
0001 0001 0100 0100 1010 1010 1111 1111 0001 0001 0100 0100 1010 1010 1111 1111 0001 0001 0100 0100 1010 1010 1111 1111  
1001 1100 1001 1100 0010 0111 0010 0111 0111 1100 0010 1001 0111 1100 0010 1001 0111 1001 0010 1100 0010 1100 0111 1001  
1010 1111 1010 1111 0001 0100 0001 0100 0100 1111 0001 1010 0100 1111 0001 1010 0100 1010 0001 1111 0001 1111 0100 1010

0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 0110 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100  
1010 1010 1010 1010 1110 1110 1110 1110 0100 0100 0100 0100 1110 1110 1110 1110 0100 0100 0100 0100 1010 1010 1010 1010  
0010  
0001 0101 1011 1111 0001 0101 1011 1111 0001 0101 1011 1111 0001 0101 1011 1111 0001 0101 1011 1111 0001 0101 1011 1111

0100 0100 0100 0100 0100 0100 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1011 1011 1011 1011 1011 1011  
0111 0111 1000 1000 1011 1011 0100 0100 1000 1000 1011 1011 0100 0100 0111 0111 1011 1011 0100 0100 0111 0111 1000 1000  
1101 1110 0010 1110 0010 1101 1101 1110 0001 1110 0001 1101 0010 1110 0001 1110 0001 0010 0010 1101 0001 1101 0001 0010  
0010 0010 1101 1101 1110 1110 0001 0001 1101 1101 1110 1110 0001 0001 0010 0010 1110 1110 0001 0001 0010 0010 1101 1101

0101 0101 0101 0101 0101 0101 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1010 1010 1010 1010 1010 1010  
0100  
0010 0010 1101 1101 1111 1111 0010 0010 1101 1101 1111 1111 0010 0010 1101 1101 1111 1111 0010 0010 1101 1101 1111 1111  
1100 1110 0011 1110 0011 1100 1100 1110 0001 1100 0001 1110 0001 0011 1110 0001 1110 0001 0011 0001 1100 0011 1100

0010 0010 0010 0010 0010 0010 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1101 1101 1101 1101 1101 1101  
0100 0100 1011 1011 1110 1110 0001 0001 1011 1011 1110 1110 0001 0001 0100 0100 1110 1110 0001 0001 0100 0100 1011 1011  
1000 1101 0111 1101 0111 1000 1000 1101 0010 1101 0010 1000 0111 1101 0010 1110 0001 0001 0100 0100 1000 0010 0111  
1011 1110 0100 1110 0100 1011 1011 1110 0001 1110 0001 1011 0100 1110 0001 1110 0001 0100 0100 1011 0001 1011 0001 0100

0011 0011 0011 0011 0011 0011 0111 0111 0111 0111 0111 0111 1000 1000 1000 1000 1000 1000 1100 1100 1100 1100 1100 1100  
0100 0100 1011 1011 1111 1111 0100 0100 1011 1011 1111 1111 0100 0100 1011 1011 0100 0100 1011 1011 0100 0100 1011 1011  
0010  
1010 1110 0101 1110 0101 1010 1010 1110 0001 1010 0001 1110 0001 0101 0101 1110 0001 1110 0001 0101 0001 1010 0101 1010









































Groups=420